

Я. В. Кунгурова, Е. В. Позднякова

ФОРМИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Современная система школьного образования определяет приоритет в развитии таких умений выпускника школы, которые позволят ему применять полученные знания на практике, решать многообразные проблемы, действовать продуктивно. Постановка таких задач находится в рамках компетентностного подхода. Суть компетентностного подхода состоит в приоритете надпредметных, личностно значимых знаний и умений над предметными знаниями.

Для эффективного решения проблемных, практических и исследовательских задач важную роль играет исследовательская компетентность.

Исследовательская компетентность – это совокупность знаний, умений, навыков и способов деятельности, позволяющих человеку быть в позиции исследователя по отношению к окружающему миру, выражающейся через чувствительность к проблемам окружающего мира, умение распознать и разрешить проблемную ситуацию с любым произвольным объектом или явлением окружающего мира, используя для этого различные теоретические и эмпирические источники информации.

Исследовательская компетентность показывает интеллектуальный уровень развития мыслительных процессов и исследовательскую активность, которые проявляются через выделение проблемы, построение предположений по ее разрешению, умение ставить задачу, выявлять в ней ее условия; умение строить предположения о возможных причинах и последствиях явлений материального и идеального мира, выдвигать гипотезы, обосновывать их; умение удерживать одновременно несколько смыслов сложных явлений, событий, текстов, высказываний.

Ученые отмечают, что исследовательская компетентность учащихся как состоявшееся личностное качество представляет собой осознанную готовность своими силами продвигаться в усвоении и построении систем новых знаний, переживая акты понимания, смыслов творчества и саморазвития.

Формированию исследовательской компетентности содействует решение задач различными способами. Это не только способствует развитию умений переносить ранее усвоенные знания в новую ситуацию, но и приучает детей видеть новые функции изучаемого объекта, комбинировать известные способы решения.

Рассмотрим фрагмент урока по типу “Урок решения одной задачи”. Учащимся предлагается следующая задача.

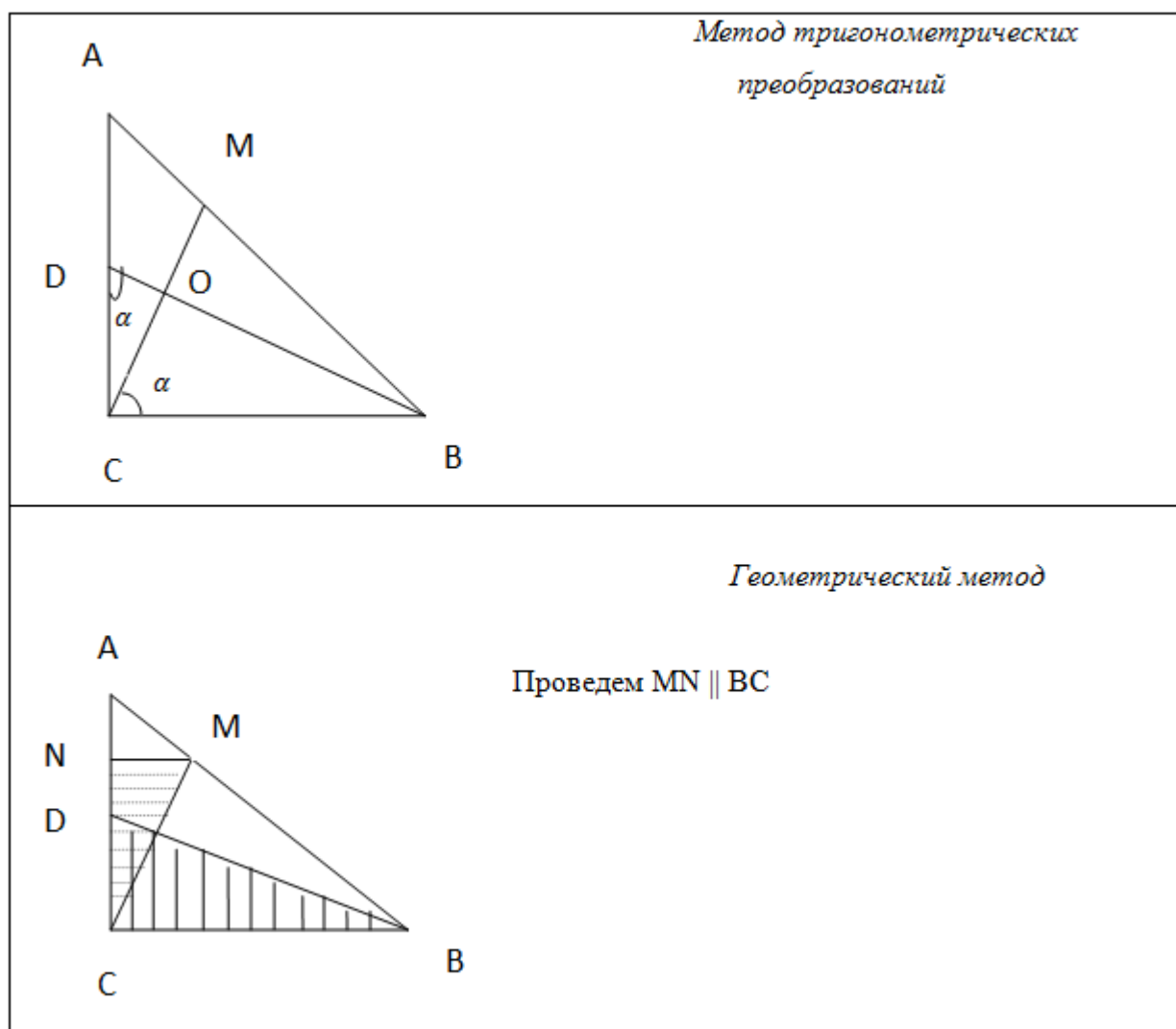
Дан равнобедренный прямоугольный треугольник ABC . Прямая, проведенная через вершину прямого угла C , перпендикулярно медиане BD , пересекает гипотенузу в точке M . Найти отношение $\frac{AM}{MB}$.

Организуется обсуждение условия задачи, строится чертеж.

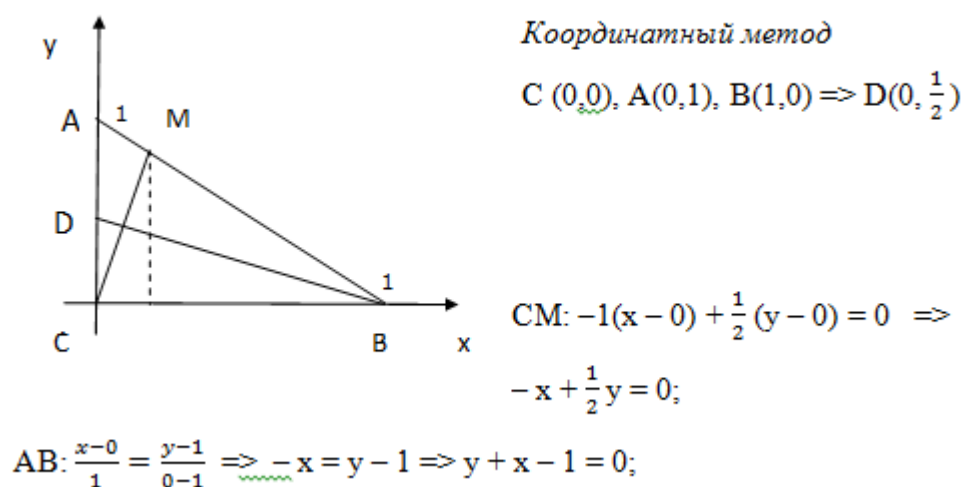
Учитель сообщает, что данную задачу можно решить пятью методами и организует работу в группах.

Каждая группа получает карточку с заданием, где указан метод решения и предложен чертеж, отражающий основную идею решения.

	<i>Координатный метод</i> $C(0,0), A(0,1), B(1,0)$
	<i>Векторный метод</i> $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{MB}$ Пусть $\overrightarrow{CA} = \vec{a}, \overrightarrow{CB} = \vec{b}, \vec{a} = \vec{b} = 1$ $\overrightarrow{CM} = \frac{\vec{a} + \lambda \vec{b}}{1 + \lambda}$
	<i>Метод геометрических преобразований</i> Указание: Рассмотреть поворот $R_C^{90^\circ}$ (<u>Атанасян</u>, Геометрия 7–9 классов, стр. 301,302).



Учитель предлагает у доски показать решение групп. Представители групп выходят к доске и показывают решение, отвечают на вопросы одноклассников.

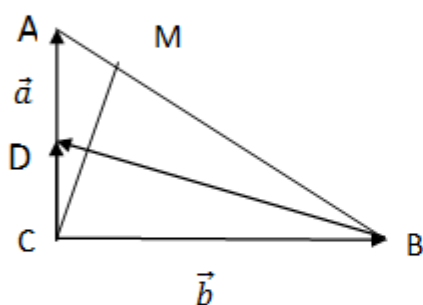


$$M = AB \cap CM$$

$$\begin{cases} -x + \frac{1}{2}y = 0, \\ x + y - 1 = 0; \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{2}y = 1 \Rightarrow y = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3};$$

$M\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$, $M_1\left(\frac{1}{3}, 0\right)$ – проекция точки M.

$$\frac{AM}{MB} = \frac{CM_1}{M_1B} = \frac{1}{3} : \frac{2}{3} = \frac{1}{2}.$$



Векторный метод

$$|\vec{CA}| = |\vec{CB}| = 1$$

$$\vec{AM} = \lambda \vec{MB}$$

Пусть $\vec{CA} = \vec{a}$, $\vec{CB} = \vec{b}$, $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$

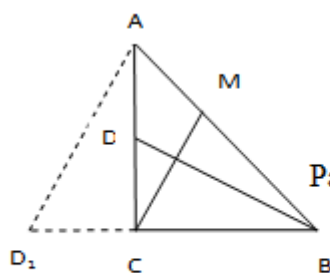
$$\vec{CM} = \frac{\vec{a} + \lambda \vec{b}}{1 + \lambda}$$

$$\vec{BD} = \vec{CD} - \vec{CB} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$$

$$\vec{CM} * \vec{BD} = 0 \Rightarrow (\vec{a} + \lambda \vec{b}) \left(\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b} \right) = 0;$$

$$\frac{1}{2}a^2 - \vec{a}\vec{b} + \frac{1}{2}\lambda\vec{b}\vec{a} - \lambda b^2 = 0$$

$$b^2 = a^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2}.$$



Метод геометрических преобразований

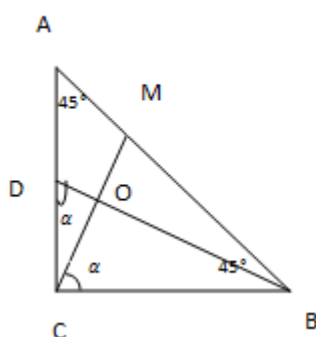
Рассмотрим $R_c^{90^\circ}: B \rightarrow A$. Тогда $D \rightarrow D_1$

$\triangle BCD \rightarrow \triangle ACD_1 \Rightarrow BD \perp AD_1$, так как угол между прямой и ее образом равен углу поворота; $BD \perp CM$ (

по условию) $\Rightarrow AD_1 \parallel CM$

По теореме Фалеса

$$\frac{AM}{MB} = \frac{D_1C}{CB} = \frac{1}{2}.$$

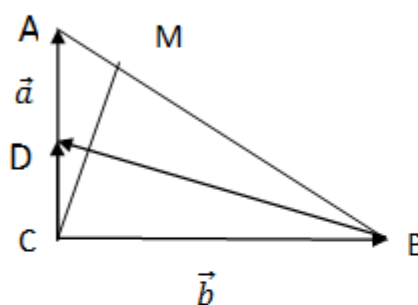


$$M = AB \cap CM$$

$$\begin{cases} -x + \frac{1}{2}y = 0, \\ x + y - 1 = 0; \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{2}y = 1 \Rightarrow y = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3};$$

$M\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$, $M_1\left(\frac{1}{3}, 0\right)$ – проекция точки M.

$$\frac{AM}{MB} = \frac{CM_1}{M_1B} = \frac{1}{3} : \frac{2}{3} = \frac{1}{2}.$$



Векторный метод

$$|\overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{CB}| = 1$$

$$\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{MB}$$

Пусть $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$

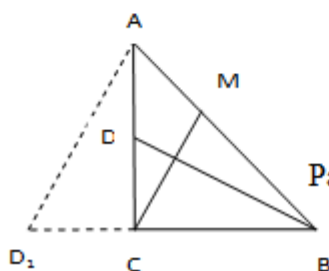
$$\overrightarrow{CM} = \frac{\vec{a} + \lambda \vec{b}}{1 + \lambda}$$

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$$

$$\overrightarrow{CM} * \overrightarrow{BD} = 0 \Rightarrow (\vec{a} + \lambda \vec{b}) \left(\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b} \right) = 0;$$

$$\frac{1}{2}a^2 - \vec{a}\vec{b} + \frac{1}{2}\lambda\vec{b}\vec{a} - \lambda b^2 = 0$$

$$b^2 = a^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2}.$$



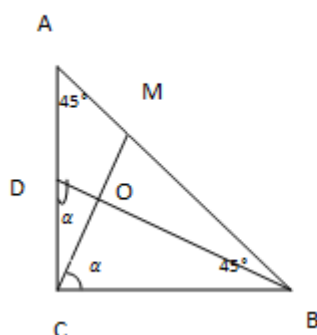
Метод геометрических преобразований

Рассмотрим $R_C^{90^\circ}: B \rightarrow A$. Тогда $D \rightarrow D_1$

$\triangle BCD \rightarrow \triangle ACD_1 \Rightarrow BD \perp \underline{AD_1}$, так как угол между прямой и ее образом равен углу поворота; $BD \perp CM$ (

по условию) $\Rightarrow AD_1 \parallel CM$

По теореме Фалеса



$$\frac{AM}{MB} = \frac{D1C}{CB} = \frac{1}{2}.$$

Метод тригонометрических соотношений

$$\triangle BMC : \frac{BM}{CM} = \frac{\sin \alpha}{\sin 45^\circ} - \text{по теореме синусов.}$$

$$\triangle ACM : \frac{AM}{CM} = \frac{\sin 90^\circ}{\sin 45^\circ} - \text{по теореме синусов.}$$

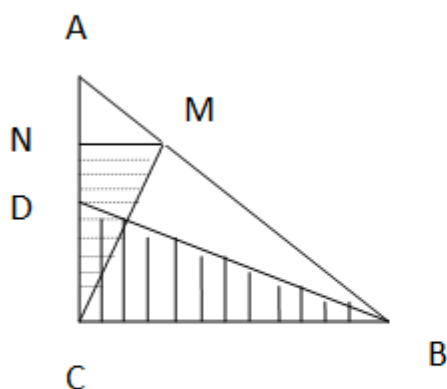
$$\frac{BM}{CM} = \frac{\sin \alpha \cdot \sqrt{2}}{1};$$

$$\frac{AM}{CM} = \frac{\cos \alpha \cdot \sqrt{2}}{1};$$

$$\frac{BM}{AM} = \operatorname{tg} \alpha.$$

$\triangle BDC$ и $\triangle BCO$, $\angle O = \angle C = 90^\circ$, $\angle OBC$ – общий.

$$\triangle BDC \sim \triangle BCO \Rightarrow \angle CDB = \alpha \Rightarrow \triangle BCD : \operatorname{tg} \alpha = \frac{BM}{AM} = 2 \Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{1}{2}.$$



Геометрический метод

Проведем $MN \parallel BC$

$\triangle CNM \sim \triangle BCD$ (по острому углу) $\Rightarrow$

$$\frac{MN}{DC} = \frac{MC}{CB} \Rightarrow$$

$$\frac{MN}{NC} = \frac{DC}{CB} = \frac{1}{2}$$

$$MN = AN \Rightarrow \frac{AN}{NC} = \frac{1}{2}$$

$MN \parallel CB \Rightarrow$ по теореме Фалеса

$$\frac{AM}{MB} = \frac{1}{2}.$$

Учитель предлагает обсудить решение и выбрать наиболее рациональное, аргументируя свою точку зрения. Учащиеся обсуждают решение задачи, выбирают наиболее рациональное.

Следующим этапом работы является рефлексия, где учащиеся отвечают на следующие вопросы:

- Какие были трудности и на каких этапах?
- Какие эмоции возникли при работе в группах, при обсуждении результатов?
- Что нам можно предпринять для совершенствования своих знаний по изученной теме?

Заметим, что такой вид деятельности формирует не только исследовательскую компетентность, но и компетентности самосовершенствования, саморегулирования, саморазвития, личностной и предметной рефлексии, а также компетентности социального взаимодействия и общения.