УДК 372.851

К. Б. Милюхина

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение Лесоперевалочная СОШ № 2, с. Бельтирское, Аскизский район

НЕСКОЛЬКО СПОСОБОВ ИЗВЛЕЧЕНИЯ КВАДРАТНЫХ КОРНЕЙ

Аннотация. *Тема, затронутая в статье, показывает, что изучение квадратных корней, не прихоть математиков, а объективная необходимость: в реальной жизни случаются ситуации, математические модели которых содержат операцию извлечении квадратного корня. Изучив способы извлечения квадратного корня, был создан проект «Несколько способов извлечений квадратных корней».*

1-й способ: Способ разложения на простые множители [1]

Для извлечения квадратного корня можно разложить число на простые множители и извлечь квадратный корень из произведения (табл.).

Таблица

Разложение чисел на простые множители

2916	2
1458	2
729	3
243	3
81	3
27	3
9	3

9216	2
4608	2
2304	2
1152	2
576	2
288	2
144	2
72	2
36	2
18	2
9	3
3	3

$$\sqrt{2916} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2} = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 54$$

$$\sqrt{9216} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 96$$

$$\sqrt{206116} = \sqrt{2^2 \cdot 227 \cdot 227} = 2 \cdot 227 = 454$$

Ученики применяют этот способ успешно и считают единственным. Извлечение корня разложением на множители – трудоёмкая задача, которая не всегда приводит к желаемому результату. Попробуем извлечь квадратный корень из числа 206116. Разложение на простые множители дает произведение 2•2•51529. А как быть дальше? В ответе записывают остаток от разложения под знак корня. Чаще мы видим, что корень до конца не извлечь. Поэтому, этот способ лишь частично решает проблему извлечения квадратного корня.

2-й способ: Способ использования таблицы квадратов двузначных чисел [1]

Способ очень прост в применении и даёт мгновенное извлечение квадратного корня из любых целых чисел от 1 до 100 с точностью до десятых.

Найдём значение $\sqrt{73}$.

Закрываем две последние цифры у всех чисел в таблице квадратов и находим близкие для 73, таких два числа 7225 и 7396 (7396-это много). Рассматриваем число 7225.

Левый столбик таблицы квадратов даёт ответ 8 (целых), а верхняя строка 5 (десятых). Значит $\sqrt{73} \approx 8{,}5$.

Быстро, просто, доступно на экзамене. Корни большие 100 этим способом извлечь невозможно. Способ удобен для заданий с маленькими корнями и при наличии таблицы.

3-й способ: Формула Древнего Вавилона [4]

Древние вавилоняне пользовались следующим способом нахождения приближенного значения квадратного корня из числа *X*.

Число *X* они представляли в виде суммы $a^2 + b$, где a^2 ближайший к числу *X* точный квадрат натурального числа *a* и пользовались формулой (1).

$$\sqrt{a^2 + b} \approx a + \frac{b}{2a} \quad (1)$$

Извлечём с помощью этой древней формулы корень квадратный из числа 68:

$$\sqrt{68} = \sqrt{4 + 8^2} \approx 8 + \frac{4}{2 \cdot 8} \approx 8 + 0{,}25 \approx 8{,}25$$

Результат извлечения корня из 68 с помощью МК равен 8,246211.

Из числа 94:

$\sqrt{94} = \sqrt{13 + 9^2} \approx 9 + \frac{13}{2 \cdot 9} \approx 9 + 0{,}7 \approx 9{,}7$.

Результат извлечения корня из 94 с помощью МК равен 9,695359.

Как видим, способ вавилонян даёт хорошее приближение к точному значению корня. Но без знания полных квадратов больших чисел и умения их быстро находить, результат извлечения будет найти затруднительно.

Этот способ являются самым простым и доступным для учащихся школ.

4-й способ: С помощью уравнения [2]

Существует удобный способ нахождения квадратного корня **с помощью решения уравнения**. В чем его суть рассмотрим на примере и попробуем вычислить **значение корня из числа 37**.Сначала определим границы искомого корня в целых числах. Легко догадаться, что это числа $36 = 6^2$ и $49 = 7^2$, поэтому $\sqrt{36} < \sqrt{37} < \sqrt{49}$ и $6 < \sqrt{37} < 7$.

Пусть ***x*** – это та разница, на которую отличны друг от друга $\sqrt{36}$ и $\sqrt{37}$,

значит $\sqrt{37} = 6 + x$. Возведем в квадрат обе части полученного уравнения $(\sqrt{37})^2 = (6 + x)^2$ и раскроем скобки при помощи формулы квадрата суммы:

$\mathbf{37 = (6 + x)^2 = 36 + 12x + x^2.}$

Так как мы рассчитываем получить результат с точностью до десятых или до сотых, а x^2 явно достаточно малая дробь, то ей вполне можно пренебречь.

В результате приходим к простому линейному уравнению $\mathbf{37 = 36 + 12x.}$

Решив его, получаем значение: $\mathbf{x = 0{,}08.}$ Значит $\sqrt{37} \approx 6 + 0{,}08 \approx 6{,}08$.

Но и этот способ требует терпения и умения решать уравнения с использованием формул сокращённого умножения.

5-й способ: Канадский метод [5]

Канадский метод был открыт молодыми учёными одного из ведущих университетов Канады в 20 веке. Его точность – не более двух-трёх знаков после запятой. Применяли формулу:

$$\sqrt{X} = \sqrt{S} + \frac{X - S}{2\sqrt{S}} \qquad (2)$$

где X - число, из которого необходимо извлечь квадратный корень, а S - число ближайшего точного квадрата.

Например: извлечь квадратный корень из 86

$X = 86,\ S = 81,\ \sqrt{S} = 9$.

Подставим в формулу $\sqrt{86}$:

$$\sqrt{86} = \sqrt{81} + \frac{86-81}{2\sqrt{81}} = 9 + \frac{5}{2\cdot 9} = 9 + 0{,}27 = 9{,}27$$

$$\sqrt{135} = \sqrt{144} + \frac{135-144}{2\sqrt{144}} = 12 - \frac{9}{2\cdot 12} = 12 - 0{,}375 = 11{,}625$$

.

Метод несложный и удобный.

6-й способ: Способ вычетов нечётного числа [3]

Способ вычетов нечётного числа заключается в том, чтобы из подкоренного выражения последовательно вычитать нечётные числа 1, 3, 5, 7 и т. д. пока разность не станет равной 0, а затем подсчитать количество вычитаний. Это и будет ответ.

Например: извлечь квадратный корень из 81.

Решение: 81-1=80-3=77-5=72-7=65-9=56-11=45-13=32-15=17-17=0, количество вычитаний = 9, поэтому $\sqrt{81} = 9$..

Например: извлечь квадратный корень из 225.

Решение:
225-1=224-3=221-5=216-7=209-9=200-11=189-13=176-15=161-17=144-19=125-21=104

количество вычитаний = 15, поэтому $\sqrt{225} = 15$.

Российские учёные называют этот метод арифметическим извлечением квадратного корня, а за глаза «методом черепахи» из-за его медлительности. Недостатком такого способа является то, что если извлекаемый корень не является целым числом, то можно узнать только его целую часть, но не точнее. В то же время такой способ вполне доступен детям, решающим простейшие математические задачи, требующие извлечения квадратного корня.

7-й способ: Способ отбрасывания полного квадрата (для четырёхзначных чисел) [3].

Этот способ применим только для извлечения квадратного корня из точного квадрата, а алгоритм нахождения зависит от величины подкоренного числа.

1) Извлечение корней до числа $\underline{75^2 = 5625}$

Например: $\sqrt{1296} = \sqrt{1100 + 196} = 11 + \mathbf{25} = 36$.

Число 1296 представим в виде суммы, выделив из этого числа квадрат 196, затем выделенный квадрат отбрасываем, к **числу сотен первого слагаемого** (11) **прибавляем всегда 25**. Получим ответ 36.

Так можно извлекать только квадратные корни до числа $75^2 = 5625$!

2) Извлечение корней после числа $\underline{75^2 = 5625}$

Например: $\sqrt{6084} = \sqrt{5600 + 484} = 56 + 22 = 78$.

Число 6084 представим в виде суммы 5600 и выделенного квадрата 484. Затем **к числу сотен прибавить квадратный корень** из 484, равный 22.

Получим ответ 78.

Этот способ очень интересен и оригинален.

Применим только для четырёхзначных чисел точных квадратов.

Список литературы

1. Мордкович, А. Г. Алгебра. 8 кл.: В двух частях. Ч.1: Учебник для общеобразовательных учреждений [Текст]. / А. Г. Мордкович. – М.: Мнемозина. – 2012.
2. Пичугин, Л. Ф. За страницами учебника алгебры. Книга для учащихся 7–9 классов средней школы [Текст]. / Л. Ф. Пичугин. – М.: Просвещение. – 1990.
3. Научно-теоретический и методический журнал «Математика в школе», 1998. – № 6.
4. Теорема [Электронный ресурс]. // Википедия: свободная энциклопедия. – Режим доступа : http://ru.wikipedia.ord/wiki/Теорема
5. Открытый урок [Электронный ресурс]. // Первое сентября. – Режим доступа : http://festival.1september.ru/

Научный руководитель: учитель математики
Сердюк С. А.