Информационно-коммуникационные технологии в педагогическом образовании, 2024. № 2 (89). *infed.ru*

УДК 372. 851

В. Б. Гридчина, Л. А. Осипова

V. B. Gridchina, L. A. Osipova

Гридчина Валентина Борисовна, к. п. н., доцент, КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ», г. Новокузнецк, Россия.

Осипова Людмила Александровна, к. п. н., доцент, КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ», г. Новокузнецк, Россия.

Gridchina Valentina Borisovna, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Kuzbass Humanitarian Pedagogical Institute of Kemerovo State University, Novokuznetsk, Russia.

Osipova Lyudmila Alexandrovna, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Kuzbass Humanitarian Pedagogical Institute of Kemerovo State University, Novokuznetsk, Russia.

АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ СКРЕЩИВАЮЩИМИСЯ ПРЯМЫМИ НА ОСНОВЕ КООРДИНАТНОГО МЕТОДА

ALGORITHM FOR FINDING THE DISTANCE BETWEEN CROSSING STRAIGHTS BASED ON THE COORDINATE METHOD

Аннотация. *В статье рассматривается задача о нахождении расстояния между скрещивающимися прямыми, делается обзор различных способов ее решения. Авторы обосновывают возможности одного из методов – координатного, приводят алгоритм его применения, который иллюстрируют конкретным примером. А также определяют возможности использования предложенного алгоритма при решении стереометрических задач.*

Annotation. *The article examines the problem of finding the distance between crossing lines and provides an overview of various ways to solve it. The authors substantiate the capabilities of one of the methods, the coordinate method, and provide an algorithm for its application, which is illustrated with a specific example. They also determine the possibilities of using the proposed algorithm when solving stereometric problems.*

Ключевые слова: *стереометрическая задача, расстояние, скрещивающиеся прямые, подготовка к ЕГЭ по математике.*

Keywords: *stereometric problem, distance, crossing lines, preparation for the USE in mathematics.*

При решении стереометрических задач очень часто возникает необходимость найти расстояние между скрещивающимися прямыми. Такие задания, с одной стороны, встречаются в задаче 14 профильного ЕГЭ по математике, а с другой стороны, их решения вызывает большие трудности у многих учащихся.

В методической литературе и школьных учебниках можно встретить различные способы нахождения расстояния между скрещивающимися прямыми: 1) находят расстояние от одной из скрещивающихся прямых до параллельной плоскости, проходящей через другую прямую; 2) находят расстояние между параллельными плоскостями, в которых находятся скрещивающиеся прямые; 3) находят расстояние между их проекциями на плоскость, которая перпендикулярна одной из этих прямых. Указанные способы относятся к геометрическим, поэтому их применение требуют хорошо отработанных навыков решения стереометрических задач и, как следствие, выполнения построений на стереометрическом чертеже.

Кроме того, для нахождения этого расстояния также можно использовать методы объемов и координат. Основу метода объемов составляет работа с пирамидой, высота которой является искомым расстоянием между двумя скрещивающимися прямыми, а для нахождения высоты следует найти объём пирамиды двумя способами, и затем найти эту высоту. Поэтому его использование требует специальной подготовки

Метод координат переводит геометрическую задачу в алгебраическую, поэтому его использование не вызывает больших затруднений. В основе этого метода лежит определение расстояния между скрещивающимися прямыми – это расстояние между одной из этих прямых и плоскостью, проходящей через вторую прямую, параллельно первой [1].

Рассмотрим алгоритм нахождения расстояния между скрещивающимися прямыми, используя координатный метод.

Даны две скрещивающиеся прямые M_1M_2 и M_3M_4. Координаты точек M_1, M_2, M_3, M_4 известны.

1 шаг. В общее уравнение плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$ подставить координаты точек M_1 и M_2. Так как вектор $\overline{M_3M_4}$ и вектор нормали $\vec{n}$ плоскости перпендикулярны, то их скалярное произведение равно нулю, т.е. $\overline{M_3M_4} \cdot \vec{n} = 0$. Получим систему, состоящую из трех уравнений, решая которую найдем уравнение плоскости.

2 шаг. Найти расстояние от любой из точек M_3 или M_4 до плоскости по формуле $d = \dfrac{|A \cdot x_0 + B \cdot y_0 + C \cdot z_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ (*).

Это и будет расстояние между скрещивающимися прямыми.

Продемонстрируем данный алгоритм на примере.

Пример. В правильной треугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ все ребра равны 2. Точка M – середина ребра AA_1.

а) Докажите, что прямые MB и B_1C перпендикулярны;

б) Найдите расстояние между прямыми MB и B_1C.

Решение. Введем систему координат так, как показано на рисунке 1.

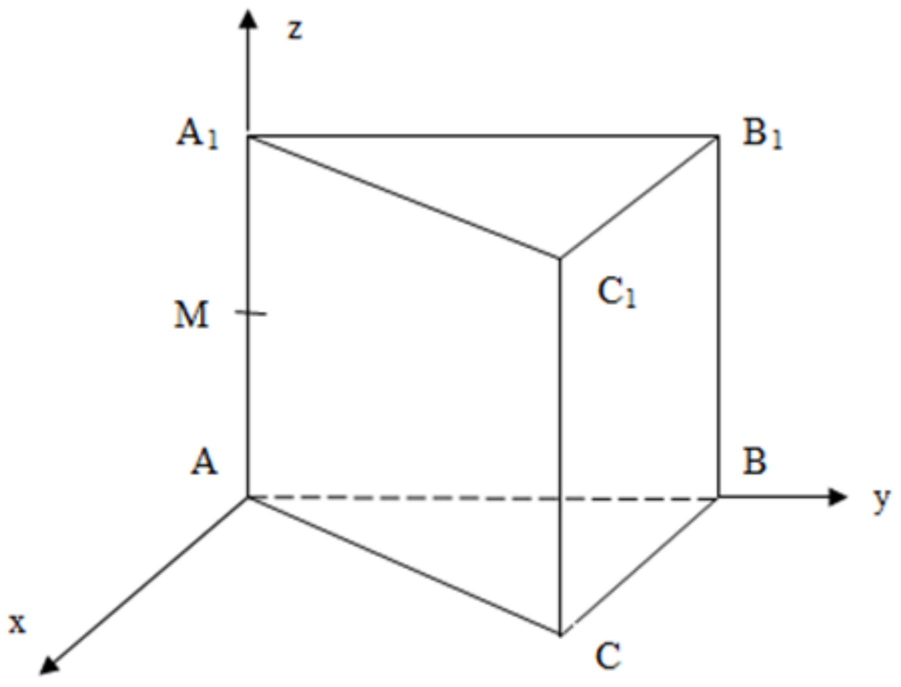

Рисунок 1. Модель решения

Запишем координаты точек: M(0; 0; 1), B(0; 2; 0), B_1(0; 2; 2), C($\sqrt{3}$; 1; 0).

а) Найдем координаты векторов $\overline{MB} = (0;2;-1)$ и $\overline{B_1C} = (\sqrt{3};-1;-2)$. Так как $\overline{MB} \cdot \overline{B_1C} = 0$, то векторы перпендикулярны. Следовательно, и прямые MB и B_1C перпендикулярны, что и требовалось доказать.

б) Найдем плоскость, проходящую через прямую MB, параллельно прямой B_1C.

Для этого в уравнение плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$ подставим координаты точек M и B. Получим два уравнения: $A \cdot 0 + B \cdot 0 + C \cdot 1 + D = 0$ и $A \cdot 0 + B \cdot 2 + C \cdot 0 + D = 0$. Третье уравнение дает условие перпендикулярности вектора $\overline{B_1C} = (\sqrt{3};-1;-2)$ и вектора нормали плоскости $\overline{n} = (A;B;C)$: $A \cdot \sqrt{3} + B \cdot (-1) + C \cdot (-2) = 0$.

Получим систему
$$\begin{cases} A \cdot 0 + B \cdot 0 + C \cdot 1 + D = 0 \\ A \cdot 0 + B \cdot 2 + C \cdot 0 + D = 0 \\ A \cdot \sqrt{3} + B \cdot (-1) + C \cdot (-2) = 0 \end{cases}$$

Решив систему, получим уравнение плоскости $5x+\sqrt{3}y+2\sqrt{3}z-2\sqrt{3}=0$.

Найдем расстояние от точки $B_1(0;2;2)$ до этой плоскости по формуле (*) $d=\dfrac{\left|5\cdot 0+\sqrt{3}\cdot 2+2\sqrt{3}\cdot 2-2\sqrt{3}\right|}{\sqrt{5^2+(\sqrt{3})^2+(2\sqrt{3})^2}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{40}}=\dfrac{\sqrt{30}}{5}$.

Предложенный алгоритм позволяет быстро и без особых усилий решить поставленную задачу, при этом нет необходимости строить на чертеже плоскость, содержащую одну прямую и параллельную другой. Он достаточно прост в использовании, но его применение ограничивается возможностью использования координатного метода в рассматриваемой задаче.

Список литературы

1. Атанасян, Л. С. Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни. / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. – М. : Просвещение, 2013. – 255 с. – Текст : непосредственный.