

УДК 37

Е. В. Сенчукова, научный руководитель: Е. В. Позднякова

E. V. Senchukova, scientific supervisor: E. V. Pozdnyakova

Сенчукова Елена Витальевна, студентка, КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ», г. Новокузнецк, Россия.

Научный руководитель: Позднякова Елена Валерьевна, к. п. н., доцент, КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ», г. Новокузнецк, Россия.

Senchukova Elena Vitalievna, student, Kuzbass Humanitarian Pedagogical Institute of Kemerovo State University, Novokuznetsk, Russia.

Scientific supervisor: Pozdnyakova Elena Valeryevna, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Kuzbass Humanitarian Pedagogical Institute of Kemerovo State University, Novokuznetsk, Russia.

**МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ НА
ОСНОВЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОГО ПОДХОДА В
10-11 КЛАССАХ**

**TEACHING METHODS FOR SOLVING TRIGONOMETRIC
EQUATIONS BASED ON A DIFFERENTIATED APPROACH
IN GRADES 10-11**

Аннотация. В статье рассматривается проблема обучения старшеклассников решению тригонометрических уравнений с помощью использования дифференцированного подхода. Представлены варианты применения дифференцированного подхода на уроках алгебры при обучении учащихся теме: «Тригонометрические уравнения».

Annotation. The article deals with the problem of teaching high school students to solve trigonometric equations using a differentiated approach. The options for applying a differentiated approach in algebra lessons when teaching students the topic are presented: «Trigonometric equations».

Ключевые слова: тригонометрические уравнения, дифференцированный подход, разноуровневые задания, проектная деятельность, итоговая аттестация.

Keywords: trigonometric equations, differentiated approach, multi-level tasks, project activities, final certification.

В настоящее время тригонометрические уравнения занимают важное место в школьном курсе математики. Нельзя не заметить их появление в заданиях ЕГЭ по математике. В связи с этим учащимся необходимо уметь решать тригонометрические уравнения различной сложности при помощи разнообразных методов.

К сожалению, многие учащиеся к концу обучения так и не могут освоить алгоритмы решения тригонометрических уравнений. Причины могут быть разные: от сложности восприятия темы до нежелания самого учащегося разбираться в данной теме. Встает вопрос о решении данной проблемы.

Данную проблему может решить дифференцированный подход. Его особенность состоит в учете личностных и физических возможностей учащихся и разработке урока на основе разбиения учащихся на группы по уровню сложности предлагаемых заданий. Это поможет учащимся получить базовый уровень знаний, который им необходим [2]. К тому же данный подход многогранен: существует много вариантов его использования. Приведем некоторые из них.

1. Проектирование технологических карт урока с использованием дифференцированного подхода.

Дифференцированный подход является универсальным: его можно использовать на любом этапе урока и при любом его типе [2]. Например, приведем фрагмент урока этапа первичного закрепления новых знаний (рис. 1).

5. Первичное закрепление изученного материала. (13 мин.)	Работа в группах по изучению новой темы. (индивидуально и в групповой форме).	- Сейчас мы с вами поделимся на 6 групп по 4 человека. У каждой группы будет свой вариант из 3 заданий, дифференцируемых по уровню сложности. Оценивание происходит таким образом: Решено 1 задание – оценка “3”; Решено 2 задания – оценка “4”; Решено 3 задания – оценка “5”.	- Учащиеся группам и реш
--	---	--	--------------------------

Рисунок 1. Фрагмент урока по теме: «Методы решения тригонометрических уравнений»

Далее представим элементы организации групповой работы, дифференцируемой по уровню сложности заданий для получения новых знаний. Оформление карточек с заданиями выглядит так, как показано на рисунке 2.

<p style="text-align: center;">Вариант 1</p> <p>Решить уравнения</p> <ol style="list-style-type: none">$1. \left(\cos x - \frac{1}{2}\right)(\sin x + 1) = 0$$2. 2 \cos^2 x - 5 \cos x + 2 = 0$$3. 2 \sin^2 x + \cos x + 2 = 0$	<p style="text-align: center;">Вариант 2</p> <p>Решить уравнения</p> <ol style="list-style-type: none">$1. \left(\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$$2. 4tg^2x - tgx - 3 = 0$$3. 5\cos^2 x + 5\sin x - 7 = 0$	<p style="text-align: center;">Вариант 3</p> <p>Решить уравнения</p> <ol style="list-style-type: none">$1. \left(\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$$2. 4tg^2x - tgx - 3 = 0$$3. \sin^2 x + 8 \cos x + 1 = 0$
<p style="text-align: center;">Вариант 4</p> <p>Решить уравнения</p> <ol style="list-style-type: none">$1. \left(\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\cos x - \frac{1}{2}\right) = 0$$2. 2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$3. 2 \sin^2 x + \cos x + 2 = 0$	<p style="text-align: center;">Вариант 5</p> <p>Решить уравнения</p> <ol style="list-style-type: none">$1. \left(\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\cos x - \frac{1}{2}\right) = 0$$2. 2 \cos^2 x - 5 \cos x + 2 = 0$$3. \cos^2 x + 5 \sin x - 7 = 0$	<p style="text-align: center;">Вариант 6</p> <p>Решить уравнения</p> <ol style="list-style-type: none">$1. \left(\cos x - \frac{1}{2}\right)(\sin x + 1) = 0$$2. 2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$3. 4\sin^2 x + 8 \cos x + 1 = 0$

Рисунок 2. Карточки с заданиями по вариантам для групповой работы

Сами примеры были взяты из учебника А. Г. Мерзляка «Алгебра и начала математического анализа» для 10 класса [3].

В процессе выполнения данной работы учащиеся сами выбирают, какое количество заданий им необходимо совместно решить.

2. Составление системы разноуровневых заданий для подготовки к ЕГЭ по теме: «Тригонометрические уравнения».

Составить систему заданий можно, ориентируясь на следующие уровни сложности:

1 уровень сложности (базовый) – 1 часть ЕГЭ (задания № 6, № 12);

2 уровень сложности (повышенный) – задания № 6, № 12 и задание № 13 из второй части;

3 уровень сложности (высокий) – 1 и 2 части ЕГЭ, включая задание № 18 из второй части.

Саму систему можно составлять из разного количества заданий, ориентируясь на определенный уровень и потребности учащегося. Учащиеся, стремящиеся к получению высоких баллов ЕГЭ (выше 80) должны уметь решать все задания из ЕГЭ, включая задание № 13 (решение тригонометрического уравнения и отбор корней на заданном промежутке) и сложное задание № 18 с параметрами. Однако, есть большая проблема: в учебниках почти не акцентируют внимание на задания с параметрами, да и нестандартные методы решения тригонометрических уравнений не всегда указаны и проиллюстрированы примерами. Именно поэтому учителю необходимо составить банк разноуровневых заданий, который позволит учащимся научиться решать тригонометрические задачи разного уровня сложности.

Также проблема состоит и в том, что не все ученики желают решать такие задания и тратить на них время на уроке. Тогда учителю необходимо действовать одним из указанных способов:

1) на дополнительных уроках уделять определенное количество времени на разбор хотя бы одного такого сложного задания;

2) давать определенным ученикам задания на дом, которые они должны разобрать самостоятельно и, если возникнут вопросы, обратиться на перемене за помощью к учителю;

3) если в процессе написания самостоятельной работы учитель заметил, что определенный ученик с ней справился раньше звонка, можно предложить ему решить на дополнительную оценку какое-либо уже разобранный задание. Это поможет актуализировать пройденный материал, и ученик с пользой проведет оставшееся до звонка время.

3. Создание и реализация проекта.

Как известно, дифференцированный подход подразумевает использование технологии «создания ситуации успеха», что позволяет достичь ученику эффективных результатов в обучении.

С педагогической точки зрения ситуация успеха – это «такое целенаправленное, организованное сочетание условий, при которых создается возможность достичь значительных результатов в деятельности как отдельно взятой личности, так и коллектива в целом» [1]. Это наглядно демонстрирует проектная деятельность.

Учитель может предложить учащемуся темы предполагаемого проекта, из которых ученик выберет необходимую ему. При этом ученик может предложить и свою тему, отличную от предлагаемых ему. В процессе выполнения проекта ученик проявит всю свою индивидуальность и творчество, а также узнает что-то новое. Продуктом проекта может стать, например, составленная учеником блок-схема алгоритма решения тригонометрических уравнений стандартными методами.

План написания проекта выглядит следующим образом:

- 1) Рассмотреть виды тригонометрических уравнений, а также методы их решения.
- 2) Выяснить способы отбора корней на промежутке.
- 3) Используя теоретический материал, привести соответствующие примеры тригонометрических уравнений, решаемых с помощью того или иного метода.
- 4) Составить блок-схему алгоритма решения тригонометрических уравнений стандартными методами.

Данную блок-схему удобно составить с помощью редактора блок-схем Programforyou.ru [4].

В результате ученик станет лучше понимать данную тему и высока вероятность в правильном решении данных заданий на ЕГЭ.

Однако, если педагог не будет проявлять контроль за своими действиями при применении разноуровневой дифференциации, то это может привести к нежеланным результатам:

а) произойдет отторжение учеников, демонстрирующих низкий уровень знаний, учащимися с высоким уровнем успеваемости;

б) некоторые учащиеся воспримут переход на легкий уровень сложности заданий, как оскорбление и унижение их достоинства.

Для того чтобы решить данные проблемы, учителю необходимо:

1. гуманно и тактично преподнести свои действия;
2. улучшить климат в коллективе каким-либо образом, например, с помощью использования психологических игр;
3. использовать в виде помощников разноуровневые карточки с заданиями, которые можно применять в работе на уроке, давать в виде самостоятельной работы, а также выдавать в виде домашней работы.

Например, самостоятельная работа, дифференцируемая по уровню сложности заданий, по теме: «Методы решения тригонометрических уравнений», может иметь следующий вид (рис. 3).

Самостоятельная работа по вариантам с заданиями высокого уровня сложности:

Вариант 1	Вариант 2
Решить уравнения: 1. $\sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos x - 4 \cos^2 x = 0$ 2. $2 \sin^2 x - 3 \cos x = 3$ 3. $\cos 2x - 2 \cos x = 0$	Решить уравнения: 1. $\sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos x + 2 \cos^2 x = 0$ 2. $2 \sin^2 x - 4 \cos x = 4$ 3. $\cos 2x - 3 \cos x = 0$

Самостоятельная работа по вариантам с заданиями повышенного уровня сложности:

Вариант 1	Вариант 2
Решить уравнения: 1. $\operatorname{tg} 2x + 1 = 0$ 2. $\sin 4x = \cos 4x$ 3. $\sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos x - 4 \cos^2 x = 0$	Решить уравнения: 1. $3 \operatorname{ctg} 2x - \sqrt{3} = 0$ 2. $\sin 5x = \cos 5x$ 3. $\sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos x + 2 \cos^2 x = 0$

Карточка по вариантам с заданиями базового уровня сложности:

Вариант 1	Вариант 2
Решите уравнения: 1. $\cos 2x = 1$ 2. $(1 - \cos 2x)(\operatorname{tg} x - \sqrt{3}) = 0$	Решите уравнения: 1. $\sin 3x = 1$ 2. $(1 - 2 \sin x)(\operatorname{ctg} x - 1) = 0$

Рисунок 3. Самостоятельная работа по теме: «Методы решения тригонометрических уравнений»

Определить уровень сложности для конкретного учащегося необходимо с помощью проведения предварительной педагогической диагностики.

Оценивание данной работы происходит отдельно в пределах уровня. Например, оценить базовый уровень сложности можно таким образом: выполнено по образцу и без ошибок – оценка «3»; выполнено самостоятельно: половина заданий без ошибок – оценка «3», с 1-2 ошибками – оценка «4», без ошибок – оценка «5».

Определяя практическую значимость исследования, отметим, что описанные нами способы применения дифференцированного подхода могут быть реализованы в практике обучения старшеклассников теме: «Тригонометрические уравнения» на уроках алгебры в 10-11 классах. Это позволит эффективно изучить данную тему и подготовиться к ЕГЭ.

Список литературы

1. Белкин, А. С. Ситуация успеха. Как ее создать: кн. для учителя / А. С. Белкин. – Москва : Просвещение, 1991. – 186 с. – ISBN 5-09-003409-5 – Текст : непосредственный.
2. Исаев, Р. Д. Современные проблемы и перспективные направления инновационного развития науки: Дифференцированный подход к обучению математике в условиях реализации ФГОС / Р. Д. Исаев – Текст: электронный. // Сборник статей Международной научно-практической конференции. – Калуга : АЭТЕРНА, 2021. – С. 182-183. – URL : <https://aeterna-ufa.ru/sbornik/NK-345.pdf#page=182> (дата обращения : 04.05.2024).
3. Мерзляк, А. Г. Алгебра и начала математического анализа: 10 класс. Базовый уровень: учебник для учащихся общеобразовательных организаций ФГОС. / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В. М. Поляков. – Москва : Просвещение, 2020. – 368 с. – ISBN 978-5-360-11772-8. – Текст : непосредственный.
4. Programforyou.ru / онлайн-сервис для создания блок-схем. – Copyright : 2017-2023. – URL : <https://programforyou.ru/block-diagram-redactor> (дата обращения : 04.05.2024). – Текст : электронный.

© Сенчукова Е. В., научный руководитель: Позднякова Е. В., 2024