

УДК 372.851

А. С. Дягилева, Е. В. Позднякова

A. S. Dyagileva, E. V. Pozdnyakova

Дягилева Александра Сергеевна, студентка, КГПИ ФГБОУ
ВО «КемГУ», г. Новокузнецк, Россия.

Позднякова Елена Валерьевна, к. п. н., доцент, КГПИ ФГБОУ
ВО «КемГУ», г. Новокузнецк, Россия.

Dyagileva Aleksandra Sergeevna, student, Kuzbass
Humanitarian Pedagogical Institute of Kemerovo State
University, Novokuznetsk, Russia.

Pozdnyakova Elena Valeryevna, Candidate of Pedagogical
Sciences, Associate Professor, Kuzbass Humanitarian
Pedagogical Institute of Kemerovo State University,
Novokuznetsk, Russia.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ В 7-9 КЛАССАХ

ETHODOLOGICAL FEATURES OF THE ORGANIZATION OF EDUCATIONAL RESEARCH IN THE PROCESS OF SOLVING PROBLEMS WITH PARAMETERS IN GRADES 7-9

Аннотация. Актуализируется проблема организации учебных исследований школьников 7-9 классов на основе задач с параметрами. Рассматривается идея создания банка разноуровневых задач с параметрами для систематической дифференцированной работы учащихся по решению таких задач. Показаны возможности компьютерной среды «GeoGebra» для вовлечения учеников в экспериментальную деятельность и групповую работу.

Annotation. The problem of organizing educational research of schoolchildren in grades 7-9 on the basis of tasks with parameters is being updated. The idea of creating a bank of multi-level tasks with parameters for the systematic differentiated work of students to solve such problems is considered. The possibilities of the GeoGebra computer environment for involving students in experimental activities and group work are shown.

Ключевые слова: разноуровневые задачи с параметрами, учебное исследование по математике в 7-9 классах, компьютерная среда GeoGebra.

Keywords: multi-level tasks with parameters, educational research in mathematics in grades 7-9, computer environment GeoGebra.

Одним из эффективных средств развития метапредметных умений учащихся в процессе обучения математике, зафиксированных в планируемых образовательных результатах, является учебное исследование на основе задач с параметром [5]. Однако решение таких задач вызывает значительные затруднения. Это связано с тем, что каждое уравнение и неравенство с параметрами представляет собой целый класс «обычных» уравнений и неравенств, для каждого из которых должно быть получено решение [8]. Такие задачи имеют тесные взаимосвязи с физическими процессами и геометрическими закономерностями, включены в задания олимпиад, конкурсов, а также в систему заданий итоговой аттестации (в форме ОГЭ и ЕГЭ профильного уровня). В методических исследованиях отмечается, что выбор метода решения задачи с параметром, сам процесс решения и запись ответа совершенствуют у учащихся умения наблюдать и экспериментировать, сравнивать и обобщать, анализировать и строить математические модели, выдвигать гипотезу и обосновывать полученные результаты [2, 6]. Кроме того, задачи с параметром могут выступать средством диагностики исследовательских умений, способности к поиску нестандартных решений [6].

Анализ действующих учебников алгебры для 7-9 классов позволил сделать вывод о точечном включении таких задач в отдельные дидактические темы; все задачи с параметрами отнесены к заданиям «повышенной сложности».

Изучая содержание задач с параметрами [2, 8], можно сделать вывод о наличии разных уровней сложности таких задач; при этом уровень сложности будет определяться количеством и сложностью мыслительных операций и умственных действий, необходимых для решения задачи.

Учитывая высокий развивающий и дидактический потенциал задач с параметрами, мы предлагаем систематическую организацию деятельности учащихся по решению таких задач. С этой целью мы составили банк задач с параметрами разного уровня сложности для 7-9 классов. Разноуровневые задачи могут использоваться как на уроках в различных формах работы, так и на учебных занятиях внеурочной деятельности, а также в качестве домашнего задания. Это поможет в конечном итоге выработать у учащихся навык решения задач с параметрами.

Приведем примеры задач с параметрами разного уровня сложности для 7-9 классов (табл. 1).

Таблица 1

**Примеры разноуровневых задач с параметрами
для 7-9 классов**

класс	уровень сложности задания		
	базовый	повышенный	высокий
7	Решите уравнение $ax - 7 = 0$	Решите уравнение $ax + 3 = 4a - 2x$	Решить относительно x линейное уравнение с параметром a : $\frac{3ax-5}{(a-1)(x+3)} + \frac{3a-11}{a-1} = \frac{2x+7}{x+3}$
8	Найдите p и q , если $x_1 = 1$ и $x_2 = 2$ – нули квадратичной функции $y = x^2 + px + q$	Решите относительно x уравнение $ax^2 - 6x + 1 = 0$.	При каких значениях a оба корня уравнения $x^2 - ax + 2 = 0$ лежат на интервале $(0;3)$?
9	Решите уравнение $\frac{a-5}{ax+6} = 1$ при всех значениях параметра a .	Решить при всех значениях параметра уравнение $\sqrt{x-a} = 2$	Решить уравнение $\sqrt{x+2a} \cdot (3-ax-x) = 0$ при всех значениях параметра a .

Организуя работу учащихся по решению задач с параметрами, мы предлагаем рассматривать решение одной задачи двумя способами: аналитическим и графическим. Аналитический способ – это способ так называемого прямого решения, повторяющего стандартные процедуры нахождения ответа в задачах без параметра. Графический метод предполагает построение графиков функций, при этом возможна «динамика» графиков или их статичное положение (если графики строятся в фазовой плоскости xOa). Усилить наглядность и доступность графического метода для учащихся позволяет использование сред динамической математики, например, программы «GeoGebra» [1]. Такая среда создает поле для экспериментальной и исследовательской деятельности обучающихся, позволяя учащимся самостоятельно выдвигать гипотезы и формулировать выводы на основе наблюдений [3, 4, 7].

Приведем примеры исследовательской работы учащихся по решению задач с параметрами с использованием программы «GeoGebra».

Пример 1. Задача для 7 класса (базовый уровень).

Решите уравнение $ax - 7 = 0$.

Аналитический метод решения:

Запишем уравнение в стандартном виде: $ax = 7$.

1) Если $a = 0$, то $0 \cdot x = 7 \Rightarrow$ уравнение не имеет корней;

2) Если $a \neq 0$, то $x = \frac{7}{a} \Rightarrow 1$ корень.

Ответ: при $a = 0$ корней нет; при $a \neq 0$ – 1 корень $x = \frac{7}{a}$.

Решение данной задачи с помощью «GeoGebra»:

В строке ввода набираем « $ax - 7 = 0$ » и нажимаем Enter (рис. 1).

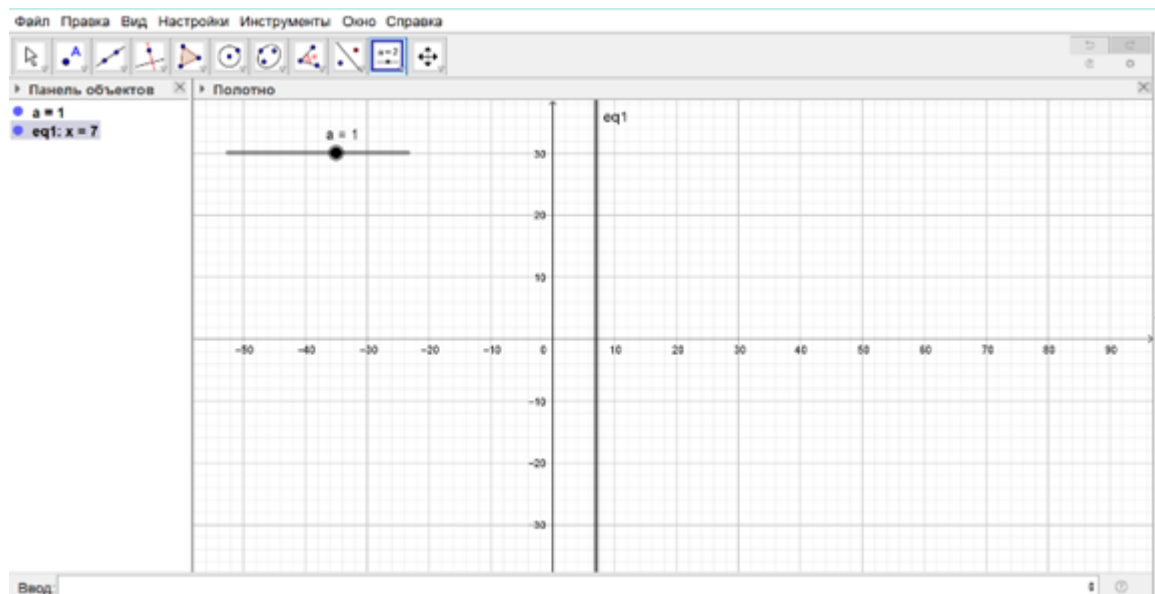


Рисунок 1. Результат ввода « $ax - 7 = 0$ »

После ввода функции программа автоматически предлагает создать «ползунок», с помощью передвижения которого параметр a меняется, и сама функция на чертеже, соответственно, тоже (рис. 2).

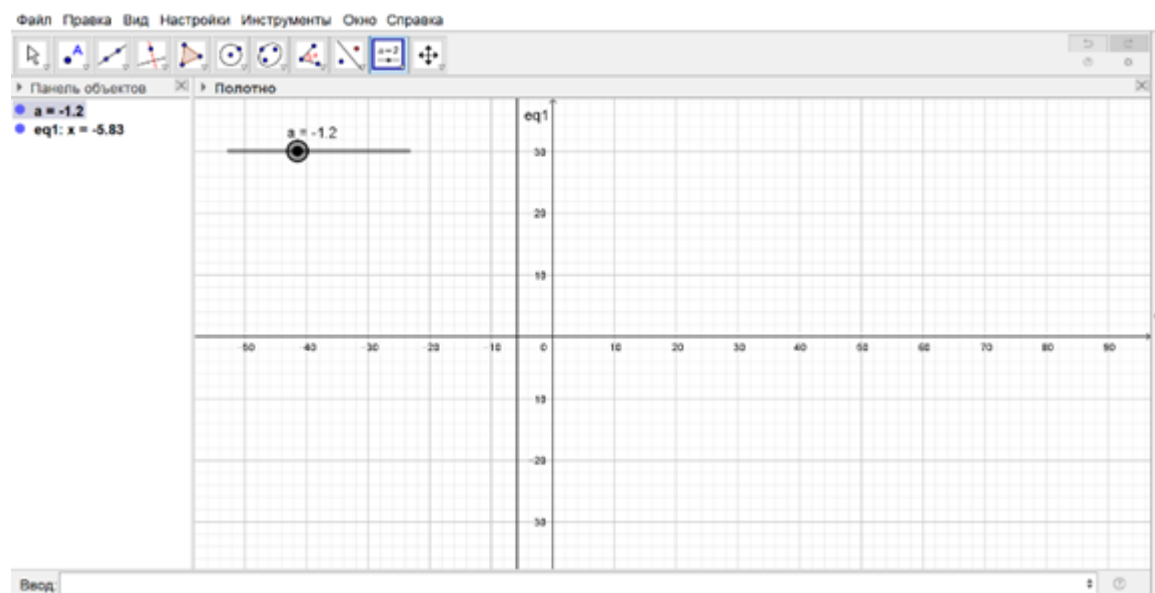


Рисунок 2. Передвижение инструмента «ползунок»

При передвижении инструмента «ползунок» учащиеся замечают, что при $a = 0$ функция пропадает с чертежа (рис. 3). На основе этого делается вывод, что уравнение не имеет решений при $a = 0$.

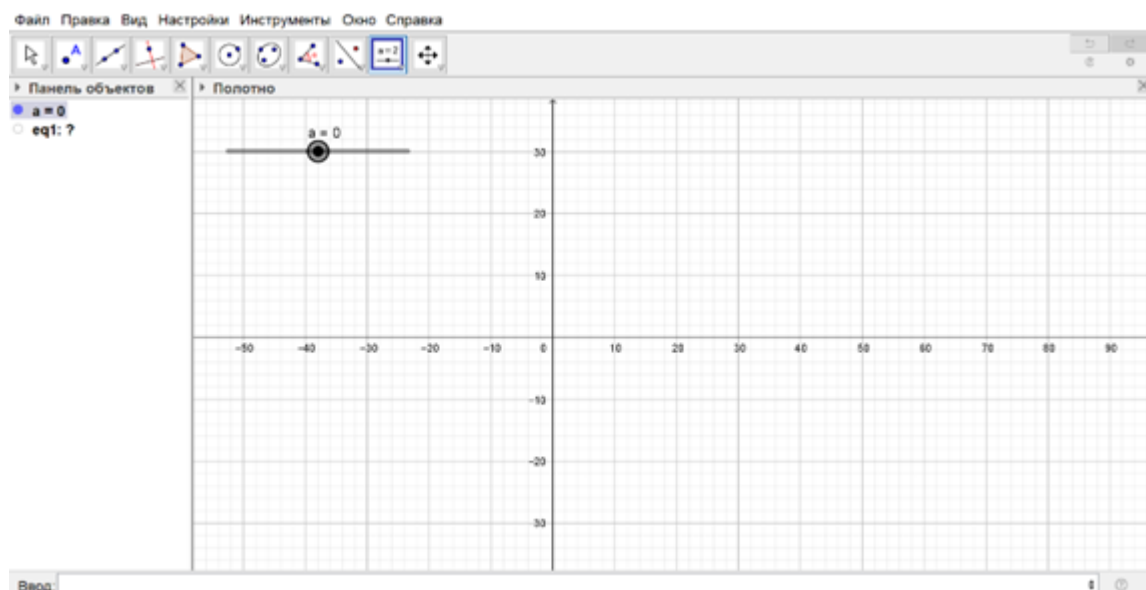


Рисунок 3. Результат решения при $a = 0$

Пример 2. Задача для 9 класса (базовый уровень).

Решите при всех значениях параметра a уравнение $|2ax - 4| = a$.

Решение задачи аналитическим методом:

При $a < 0$ уравнение не имеет решений, т. к. левая часть неотрицательна. При $a = 0$ уравнение равносильно $|2 \cdot 0 \cdot x - 4| = 0$ и также не имеет решений. При $a >$

0 уравнение равносильно
$$\begin{cases} 2ax - 4 = a \\ 2ax - 4 = -a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4+a}{2a} \\ x = \frac{4-a}{2a} \end{cases} \Rightarrow$$
 имеет два различных корня.

Ответ: $a \leq 0 \Rightarrow x \in \emptyset; a > 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm a}{2a}$.

Решение данной задачи с помощью «GeoGebra»:

В строке ввода набираем « $|2ax - 4| = a$ » и нажимаем Enter. После ввода программа автоматически создаёт «ползунок». При передвижении «ползунка» замечаем, что когда параметр $a \leq 0$, то функция пропадает с чертежа (рис. 4).

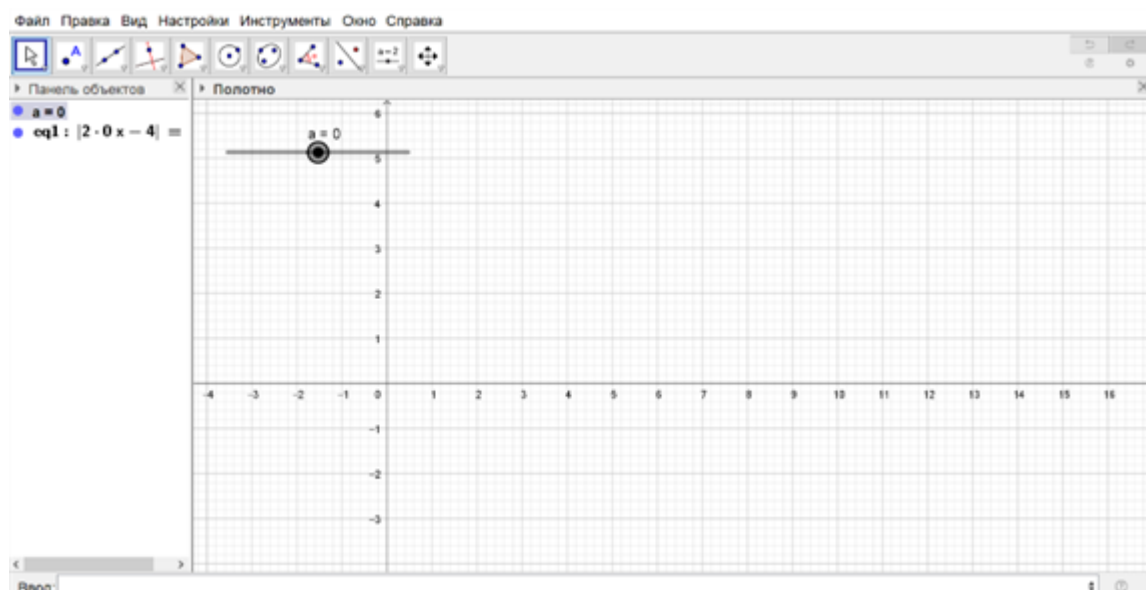


Рисунок 4. Результат решения при $|2ax - 4| = a$ при $a \leq 0$

На основе чего делается вывод, что уравнение имеет решение только при $a > 0$, в данном случае проводят исследование, что если $a > 0$, то $x = \frac{4 \pm a}{2a}$.

Таким образом, в процессе решения задач с параметрами развиваются не только предметные, но и метапредметные умения учащихся; наличие банка разноуровневых задач с параметрами позволит организовать систематическую исследовательскую деятельность по решению таких задач всеми учащимися; использование программ динамической математики, в частности, «GeoGebra», позволит на начальном этапе решения задач с параметрами установить некоторые факты на уровне гипотез, а затем с помощью вычислений, обоснованных рассуждений провести доказательство; возможна организация групповой работы учащихся, когда одна группа рассматривает решение задачи аналитическим методом, а вторая – графическим. Использование разноуровневых задач с параметрами позволяет дифференцировать учебные исследования, вовлекая в учебный поиск каждого ученика.

Список литературы

1. GeoGebra tools and resources // GeoGebra : [сайт]. – URL : <https://www.geogebra.org/> (дата обращения : 29.04.2024). – Текст : электронный.
2. Далингер, В. А. Задачи с параметрами в 2 ч. Часть 1 : учебное пособие для вузов / В. А. Далингер. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 466 с. – Текст : непосредственный.
3. Кашицына, Ю. Н. Методика обучения решению задач с параметрами с использованием программы «GeoGebra» / Ю. Н. Кашицына – Текст : непосредственный // Мир науки, культуры, образования, 2020. – № 1 (80). – С. 249-255.
4. Ларин, С. В. Особенности создания и использования компьютерных анимационных рисунков в обучении математике / С. В. Ларин, В. Р. Майер, Т. О. Кочеткова, О. А. Карнаухова – Текст : непосредственный // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В. П. Астафьева (Вестник КГПУ), 2020. – № 1(51). – С. 6-14.
5. Позднякова, Е. В. Задачи с параметрами как средство развития исследовательских умений учащихся 7-9 классов / Е. В. Позднякова, В. В. Пичугова – Текст : непосредственный // Информационно-коммуникационные технологии в педагогическом образовании, 2023. – № 2 (83). – С. 43-47.
6. Позднякова, Е. В. Текстовые сюжетные задачи с параметром как средство формирования исследовательских умений учащихся 7-9-х классов / Е. В. Позднякова, В. В. Пичугова. – Текст : непосредственный // Журнал педагогических исследований, 2022. – Т. 7. – № 6. – С. 49-56.
7. Уханова, Л. В. Использование среды GeoGebra при решении задач с параметрами / Л. В. Уханова – Текст : непосредственный // Школьная педагогика, 2018. – № 3 (13). – С. 40-44.
8. Ястребинецкий, Г. А. Задачи с параметрами. Книга для учителя. / Г. А. Ястребинецкий. – М. : Просвещение, 1986. – 128 с. – Текст : непосредственный.

© Дягилева А. С., Позднякова Е. В., 2024